جامعة البعث-كلية العلوم
السنة الأولى-رياضيات

امتحان مقرر التحليل/1/
العام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨-ف١

اسم الطالب:
المدة: ٩٠ د

السؤال الأول: ليكن لدينا السلاسل والجداءات التالية:

$$S_1=\sum_{n=0}^{\infty}\left[3.\left(\frac{e}{\pi}\right)^n-\frac{12(-1)^n}{(2n+1)!}(\pi)^{2n+1}\right],\ S_2=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3-\cos^2(n-1)},\ S_3=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^n}(x-3)^n.$$

$$P_1=\prod_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+3n+1}{n(n+3)}\right),\ P_2=\prod_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{n^2}{(n+3)}+\arccos\frac{n^2}{(n+3)}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

المطلوب:

١- ادرس تقارب السلسلتين الأولى والثانية واحسب المجموع في حال التقارب!

٢- أوجد المنطقة النهائية لتقارب السلسلة الثالثة!

٣- ادرس تقارب الجداء الأول واحسب حاصل الجداء الثاني!.

السؤال الثاني: ليكن لدينا الدوال التالية:

$$\left.\begin{array}{l}f(x)=\text{Arccosh}\,x,\\ g(x)=(\arcsin x)^x,\end{array}\right\},h(x)=\begin{cases}\ln(e-\tan\arcsin x); & x>0\\ 2 & ;x=0\\ g(x) & ;x<0\end{cases}$$

المطلوب:

١- أوجد مشتق الدالة $f(x)$ بطريقتين!

٢- احسب نهاية الدالة الثانية عندما $(x\to0)$ أي: $\lim_{x\to0}g(x)$!

٣- أوجد $\tan(\arcsin x)$ بدلالة متحوله ، بطريقتين !

٤- ثم عين نوع نقطة الانقطاع إن وجدت للدالة الثالثة !

٥- اذكر منحنيين شهيرين أحدهما وسيطي والآخر قطبي مع الرسم والمعادلات الموافقة ! .

انتهت الأسئلة

حمص ٢٠١٨/١/١٤

د. مصطفى حسن

مع تمنياتي بالتوفيق

١
حس

سلم درجات امتحان مقرر التحليل-١- ف١ للسنة الأولى-رياضيات-٢٠١٧-٢٠١٨

الجواب الأول-٤٥-: ١) -١٥-:

$$S_1=\sum_{n=0}^{\infty}\left[3.\left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^n-\frac{12(-1)^n}{(2n+1)!}(\pi)^{2n+1}\right]=\sum_{n=0}^{\infty}\left[3.\left(\frac{\varphi}{\pi}\right)^n\right]-\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{12(-1)^n}{(2n+1)!}(\pi)^{2n+1}\right]$$

$$=\frac{3\pi}{\pi-\varphi}-\sin\pi=\frac{3\pi}{\pi-\varphi}<\infty\ ;\varphi\cong 1.618\Rightarrow S_1 \text{ is convergence.}$$

$$S_2=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n}{n^2-\cos^2(n-1)}:\frac{n}{n^2-\cos^2(n-1)}<\frac{n}{n^2}=\frac{1}{n}, but\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty\ .$$

هذه السلسلة متباعدة وبالتالي بحسب اختبار المقارنة(النسبة)، تكون السلسلة الثانية.

٢) -10-:

$$S_3=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^n}(x-3)^n;\ R=\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{\frac{n}{2^n}}\right)^{-1}=2\Rightarrow I=]1,5[$$

$$x=1\Rightarrow S_3=\sum_{n=0}^{\infty}n(-1)^n;n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\neq 0,\ \frac{n}{2^n}\geq\frac{n+1}{2^{n+1}}\longrightarrow S_3=\infty$$

$$x=5\Rightarrow S_3=\sum_{n=0}^{\infty}n;\ n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\neq 0\longrightarrow S_3=\infty\Rightarrow I_f=]1,5[.$$

٣) -20-:

$$P_1=\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n(n+3)}\right)^{(1)}\longrightarrow S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+3)}\Rightarrow a_n=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{n}-\frac{1}{(n+3)}\right]=$$

$$S_N=\frac{1}{3}\left[1-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\dots+\frac{1}{N-3}-\frac{1}{N}+\frac{1}{N-2}-\frac{1}{(N+1)}+\frac{1}{N-1}-\frac{1}{(N+2)}+\frac{1}{N}-\frac{1}{(N+3)}\right]$$

$$=\frac{11}{18}\Rightarrow S \text{ is converge}\Rightarrow P_1=\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n(n+3)}\right) \text{ is so too.}$$

$$P_2=\prod_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{n!}}\longrightarrow S=\ln\frac{\pi}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}=\left(\ln\frac{\pi}{2}\right)e\ .$$

$$\longrightarrow P_2=\ln\left(\frac{\pi}{2}\right)^e.$$

الجواب الثاني-٥٥-: ١) -١٠-

$$y=f(x)=\text{Arccosh}\,x\Rightarrow chy=x\Rightarrow y'.shy=1\Rightarrow y'=\frac{1}{\sqrt{ch^2y-1}}=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$y = Arcchx = \ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right| \Rightarrow y' = \frac{1+\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}}{x+\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.$$

٢- -٩-

$$k = \lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0}(\arcsin x)^x \Rightarrow \lim_{x\to 0}\ln k = \lim_{x\to 0} x\ln(\arcsin x) = 0.\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\ln k = \lim_{x\to 0}\frac{\ln(\arcsin x)}{x^{-1}} = -\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{\arcsin x\sqrt{1-x^2}}}{x^{-2}} = -\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\arcsin x\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\ln k = -\lim_{x\to 0}\frac{2x}{1-2x\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}} = -\lim_{x\to 0}\frac{2x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}-2x\arcsin x} = 0$$

$$k = e^0 = 1$$

٣- عين نوع نقطة الانقطاع إن وجدت للدالة الثالثة. ١٠-!

$$\lim_{x\to 0^-} h(x) = \lim_{x\to 0} g(x) = 1,\ \lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x\to 0} ln(e-\tan\arcsin x) = 1 \neq h(0) = 2$$

فهي نقطة انقطاع من النوع الأول.

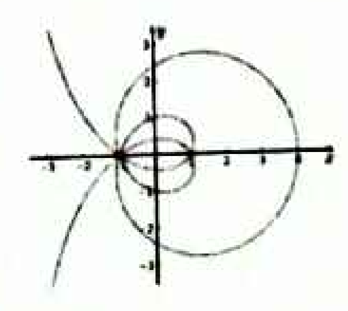
4)- 10 -:

$$\tan(\arcsin x) = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}},$$

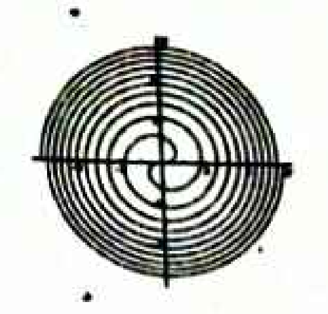
$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \overset{u=\arcsin x}{=} \frac{\sin u}{\sqrt{1-(\sin u)^2}} = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)} = \tan\arcsin x.$$

٥- اذكر منحنيين شهيرين أحدهما وسيطي والآخر قطبي مع الرسم والمعادلات الموافقة-١٦:-

(منحني البلاتيو) $x(t) = \frac{a\sin(m+n)t}{\sin(m-n)t},\ y(t) = \frac{2a\sin(m)t.\sin(n)t}{\sin(m-n)t}$



حلزون فرمات (Fermat's spiral) بالمعادلة القطبية : $r^2 = a^2(\theta)$



<u>انتهت الأجوبة</u>

حمص   /٢٠١٨/١

د. مصطفى حسن